

ベイジアンフィルタ

尾藤 正人
ウノウ株式会社

ベイズ推測

- 過去に起きた事象を元に未来を予測する
- 実は単なる条件付き確率
- 事前確率から事後確率を求める

確率のおさらい

$P(A)$ – Aが起きる確率

$P(A \cap B)$ – AとBが起きる確率(同時確率)

$P(A|B)$ – BでAが起きる確率(条件付き確率)

ベイズの定理

条件付き確率では次が成り立つ

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$$

この式を変形して得られるのがベイズの定理

$$P(A|B) = P(B|A)P(A)/P(B)$$

ベイズの定理

データDから仮説Hが成り立つ確率

$$P(H|D) = P(D|H)P(H)/P(D)$$

$P(H)$ – 事前確率

$P(D|H)$ – 尤度

$P(H|D)$ – 事後確率

事前確率と尤度から事後確率を求めるのが
ベイズの定理

ベイズの定理

メールをhamとspamに分類する例

H – カテゴリham, S – カテゴリspam

M – メール

ベイズの定理より

$P(H|M) = P(M|H)P(H)/P(M)$ – ham確率

$P(S|M) = P(M|S)P(S)/P(M)$ – spam確率

確率が高い最もらしい方に分類される

ベイズの定理

$$P(H|M) = P(M|H)P(H)/P(M)$$

$$P(S|M) = P(M|S)P(S)/P(M)$$

$P(M)$ は一定なので比較するだけなら考えなくてよい

$P(M)$ を定数とみなして

$$P(H|M) \propto P(M|H)P(H)$$

$$P(S|M) \propto P(M|S)P(S)$$

ベイズの定理

$$P(H|M) \propto P(M|H)P(H)$$

$$P(S|M) \propto P(M|S)P(S)$$

事前確率 - $P(H), P(S)$
単なる統計データ

尤度 - $P(M|H), P(M|S)$
各カテゴリでメールMが生起される確率
計算できないので近似する
近似の違いがアルゴリズムの違い

Paul Graham方式

w – メールMに含まれるトークン

P(w) – wのspam確率

b – wがspamに登場する回数

g – wがhamに登場する回数

nbad – wが含まれるspamメールの総数

ngood – wが含まれるhamメールの総数

$$P(w) = \frac{b/nbad}{2g/ngood + b/nbad}$$

$$P(w) = 0.99 \text{ (ngood} = 0)$$

$$P(w) = 0.01 \text{ (nbad} = 0)$$

Paul Graham方式

$$P(w) = \frac{b/nbad}{2g/ngood + b/nbad} \quad \begin{array}{l} P(w) = 0.99 \text{ (ngood} = 0) \\ P(w) = 0.01 \text{ (nbad} = 0) \end{array}$$

2*gとしているのはバイアスをかけるため

P(w)は $b+2*g \geq 5$ の時のみ計算

wがspamにのみ含まれる場合 - $P(w) = 0.99$

wがhamにのみ含まれる場合 - $P(w) = 0.01$

Paul Graham方式

各トークンのspam確率から結合確率を求める
0.5から最も離れている15の $P(w)$ を抽出

$$P(M) = \frac{\prod P(w)}{\prod P(w) + \prod (1 - P(w))}$$

この時

$$\text{spam} - P(M) \geq 0.9$$

$$\text{ham} - P(M) < 0.9$$

Gary Robinson方式

w – メールMに含まれるトークン

$f(w)$ – w のspam確率

$P(w)$ – Paul Graham方式で求める

n – w が含まれるメールの総数

x – 任意の値 or $P(w)$ の平均値

s – 任意の値(参考値:1)

$$f(w) = \frac{sx + nP(w)}{s + n}$$

Gary Robinson方式

$$P = 1 - ((1 - f(w_1))(1 - f(w_2)) \cdots (1 - f(w_n)))^{1/n}$$

$$Q = 1 - f(w_1) f(w_2) \cdots f(w_n)^{1/n}$$

$$S = (P - Q) / (P + Q)$$

$$S_2 = (1 + S) / 2$$

Pはspamらしさ、Qはhamらしさを表す

Sがspamかどうかを表す、ただし $-1 \leq S \leq 1$

S₂は $0 \leq S_2 \leq 1$ にしたただけのもの

Naive Bayes

文書 X をカテゴリ C に分類される確率を考える

ベイズの定理より

$$P(C|X) \propto P(X|C)P(C)$$

$P(C)$ は容易に計算可能

$P(X|C)$ は計算できないので近似する

Naive Bayes

$P(X|C)$ を各トークンの生起確率で近似する
 w – 文書 X に含まれるトークン

$$P(X|C) \approx \prod_{w \in X} P(w|C) \prod_{w \notin X} (1 - P(w|C))$$

$$P(w|C) = \frac{w \text{ を含むカテゴリ } C \text{ の文書数}}{\text{カテゴリ } C \text{ の文書数}}$$

Naive Bayes

各カテゴリにおける $P(C|X)$ を計算する
最も確率の高いカテゴリ C に分類される

トークンの抽出

- 意味のある単語を取り出す
 - 空白区切りの言語の場合は処理が楽
 - 日本語のような場合は形態素解析が必要
 - 多言語化が難しい
 - なんとなく精度が高そう
- bi-gram, tri-gram
 - 2,3文字ずつ機械的に取り出す
 - 言語に依存しないので多言語化が容易
 - データ量が多い